3 Zusatzaufgaben: LÖSUNGEN

Aufgabe 1:

Der dargestellte Träger (Abb.14) wird durch die beiden Kräfte $F_1 = 4$ kN und $F_2 = 2$ kN belastet. Die Länge a = 1 m.

a) Wie groß ist die Resultierende? (Betrag und Winkel)

b) Wie groß ist der Abstand der Resultierenden zum Lagerpunkt A?

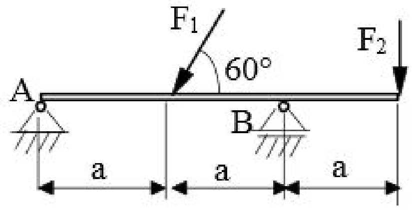
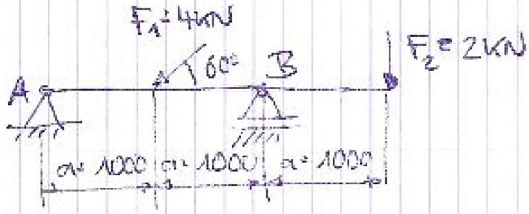


Abb.14: Träger

Lösung 1:

geg.:



ges.: a) F_R

b) l_0, l

Lsg.: a) $\alpha_1 = 180° + 60° = 240°$

$\alpha_2 = -90°$

$F_{R,x} = F_1 \cdot \cos\alpha_1 + F_2 \cdot \cos\alpha_2 = 4\,kN \cdot \cos 240° + 2\,kN \cdot \cos(-90°) = \underline{-2\,kN}$

$F_{R,y} = F_1 \cdot \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 = 4\,kN \cdot \sin 240° + 2\,kN \cdot \sin(-90°) = \underline{-5{,}46\,kN}$

$F_R = \sqrt{F_{R,x}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-5{,}46)^2}$

$\underline{F_R = 5{,}82\,kN}$

$\beta_R = \arctan \frac{|F_{Ry}|}{|F_{Rx}|} = \arctan \frac{5{,}46}{2} = \arctan 2{,}73$

$\underline{\beta_R = 69{,}88°}$

$\alpha_R = 180 + \beta_R$ (Quadrant III ; $F_{Rx} < 0$, $F_{Ry} < 0$;)

$\underline{\alpha_R = 249{,}88°}$

b) $-F_R \cdot l_0 = -|F_1 \cdot \sin\alpha_1| \cdot a - |F_2| \cdot 3a \qquad (F_1 \cdot \cos\alpha_1 \cdot 0 = 0)$

$$l_0 = \frac{-|F_1 \cdot \sin\alpha_1| \cdot a - |F_2| \cdot 3a}{-F_R} = \frac{-|4 \cdot \sin 240| \cdot 1000\,mm - 2 \cdot 3 \cdot 1000\,mm}{-5{,}82\,kN}$$

$\underline{l_0 = 1626{,}13\,mm}$

$$l = \frac{l_0}{\sin\beta_R} = \frac{1626{,}13\,mm}{\sin 69{,}88°}$$

$\underline{l = 1731{,}82\,mm}$

Aufgabe 2:

Eine Sicherheitsklappe (Abb.15) mit der Eigengewichtskraft $F_G = 11$ N verschließt durch die Druckkraft F = 50 N einer Feder eine Öffnung von d = 20 mm lichtem Durchmesser in einer Druckrohrleitung. Der Hebeldrehpunkt ist so zu legen, daß sich die Klappe bei p = 6 bar Überdruck in der Rohrleitung öffnet. Die Abstände betragen $l_1 = 90$ mm und $l_2 = 225$ mm.

a) Mit welcher Kraft wird der Hebeldrehpunkt A belastet (freischneiden)?

b) Wie groß muß der Abstand l_0 für den Hebeldrehpunkt A gewählt werden?

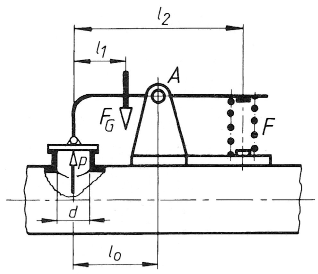
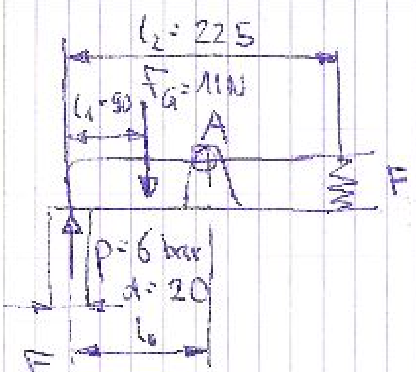


Abb.15: Sicherheitsklappe

Lösung 2:

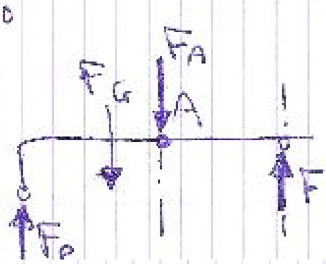
geg.:



ges.: a) F_A

b) l_0

Lsg. a)



$$F_p = p \cdot A = p \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 6\,\cancel{bar} \cdot 10^5 \frac{N}{\cancel{m^2}\,\cancel{bar}} \cdot \frac{\pi \cdot 20^2\,\cancel{mm^2} \cdot 10^{-6}\,\frac{\cancel{m^2}}{\cancel{mm^2}}}{4}$$

$$\underline{F_p = 188{,}50\,N}$$

$\alpha_p = 90°$

$\alpha_G = -90°$

$\alpha_F = 90°$

$F_{Rx} = 0$

$F_{Ry} = F_p \sin\alpha_p + F_G \sin\alpha_G + F \sin\alpha_F = 188{,}50 \overbrace{\sin 90}^{1} + 11 \overbrace{\sin(-90)}^{-1} + 50 \sin 90$

$\underline{F_{Ry} = 227{,}50\,N}$

$F_R = F_{Ry} = 227{,}50\,N$

$\vec{F}_A = -\vec{F}_R$: Resultierende geht durch Drehpunkt A;
Lagerkraft in A ist Gegenkraft zu Resultierenden

b) $+F_R \cdot l_0 = -F_G \cdot l_1 + F \cdot l_2$

$l_0 = \frac{-F_G \cdot l_1 + F \cdot l_2}{F_R} = \frac{-\cancel{227{,}50}\,11\,N \cdot 90\,mm + 50\,N \cdot 225\,mm}{227{,}50\,N}$

$\underline{l_0 = 45{,}10\,mm}$

(Der Hebeldrehpunkt ist links von der WL von F_G)

Aufgabe 3:

Der Klapptisch einer Blechbiegepresse (Abb.16) ist mit d -11 = 12 kN belastet und wird durch einen Hydraulikkolben gehoben.

a) Wie groß ist die erforderliche Kolbenkraft F_K?

b) Wie ist der Betrag der Lagerkraft F_S in dem Schwenklager?

c) Wie groß ist der Winkel, den diese Lagerkraft mit der Waagerechten einschließt?

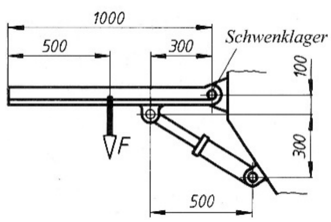
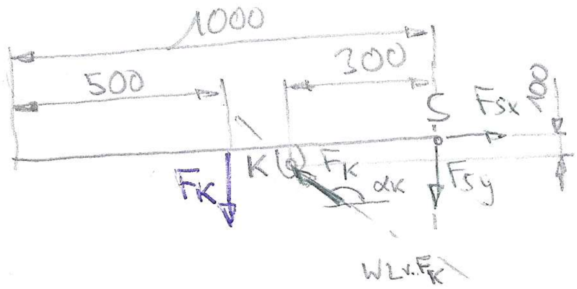


Abb.16: Klapptisch

Lösung 3:

Geg.:



$\alpha_F = 270°$

$\alpha_{sx} = 0°$

$\alpha_{sy} = 270°$

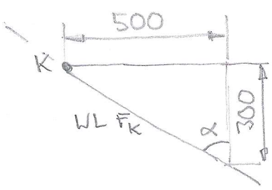
Ges.:

a) F_K

b) F_S

c) α_S

Lsg.:



$\alpha_K = 90 + \alpha$

$\tan\alpha = \frac{500}{300}$

$\alpha = \arctan\frac{500}{300} = 59{,}04°$

$\alpha_K = 90 + \alpha$

$\underline{\alpha_K = 149{,}04°}$

$\Sigma F_x = 0 <=> F * \cos F + F_{SX} * \cos\alpha_{SX} + F_{SY} * \cos\alpha_{SY} + F_K * \cos\alpha_K = 0$

$<=> F_{SX} + F_K * \cos\alpha_K = 0$ (1)

$\Sigma F_Y = 0 <=> F * \sin\alpha_F + F_{SX} * \sin\alpha_{SX} + F_{SY} * \sin\alpha_{SY} + F_K * \sin\alpha_K = 0$

$<=> -F - F_{SY} + F_K * \sin\alpha_K = 0$ (2)

$\Sigma M_S = 0 <=> F * (1000 - 500) - |F_K * \cos\alpha_K| * 100 - |F_K * \sin\alpha_K| * 300 = 0$

(Beträge der Kräfte verwenden!)

$<=> F_K(|\cos\alpha_K| * 100 - |sin\,\alpha_K| * 300) = F * 500$

$<=> F_K = \frac{12\ kN * 500}{|\cos 149{,}04| * 100 + |sin 149{,}04| * 300}$

$<=> \underline{F_K = 24{,}99 kN}$

b) Aus (1)

$F_{Sx} = - F_K \cdot \cos\alpha_K$

$= - 24{,}99\ kN \cdot \cos 149{,}04$

$= 21{,}43\ kN$

Aus (2)

$F_{Sy} = F_K \cdot \sin\alpha_K - F$

$= 24{,}99\ kN \cdot \sin 149{,}04 – 12\ kN$

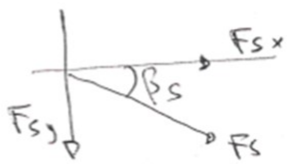
$= 0{,}86\ kN$

$F_S = (F_{Sx}^2 + F_{Sy}^2)^{1/2}$

$= [(21{,}43\ kN)^2 + (0{,}86\ kN)^2]^{1/2}$

$\underline{F_S = 21{,}45\ kN}$

c)



$\beta_S = \arctan(|F_{Sy}| / |F_{SX}|)$

$= \arctan(0{,}86/21{,}43)$

$\beta_S = 2{,}29°$

$\underline{\alpha_S = - 2{,}29°}$

Aufgabe 4:

Eine Kolbendampfmaschine (Abb.17) hat den Kolbendurchmesser d = 200 mm, im Zylinder wirkt der Überdruck p = 10 bar. Die Schubstange hat die Länge l = 1000 mm, der Kurbelradius beträgt r = 200 mm. Berechne die Schubstangenkraft F_S und die Normalkraft F_N, mit der der Kreuzkopf auf seine Gleitbahn drückt (Reibung vernachlässigen).

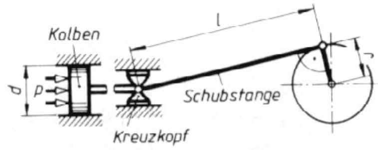
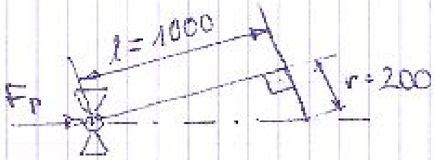


Abb.17: Kolbendampfmaschine

Lösung 4:



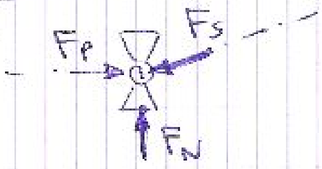
geg.: F_p aus $p = 10\,\text{bar}$, $d = 200\,\text{mm}$

ges.: F_S, F_N

Lsg.: $F_p = p \cdot A = p \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 10\,\cancel{\text{bar}} \cdot 10^5 \frac{N/\text{mm}^2}{\cancel{\text{bar}}} \cdot \pi \cdot \frac{(200)^2}{4}\,\cancel{\text{mm}^2}$

$\underline{F_p = 31{,}42 \cdot 10^3\,N}$

Freischneiden:



$r = l \cdot \tan \alpha$

$\alpha = \arctan \frac{r}{l} = \arctan \frac{200}{1000}$

$\alpha = 11{,}31°$

$\alpha_p = 0°$

$\alpha_S = 180° + 11{,}31 = 191{,}31°$

$\alpha_N = 90°$

$\Sigma F_x = 0: \quad F_p \cdot \underbrace{\cos \alpha_p}_{=1} + F_S \cdot \cos \alpha_S + F_N \cdot \overbrace{\cos \alpha_N}^{=0} = 0 \qquad (I)$

$\Sigma F_y = 0: \quad F_p \cdot \overbrace{\sin \alpha_p}^{=0} + F_S \cdot \sin \alpha_S + F_N \cdot \overbrace{\sin \alpha_N}^{=1} = 0 \qquad (II)$

$\Sigma M = 0$ hier nicht erforderlich

Aus (I): $F_S = -\frac{F_p}{\cos \alpha_S} = \frac{-31{,}42\,kN}{\cos 191{,}31}$

$\underline{\underline{F_S = 32{,}04\,kN}}$

In (II): $F_N = -F_S \cdot \sin \alpha_S = -32{,}04 \cdot \sin 191{,}31$

$\underline{\underline{F_N = 6{,}28\,kN}}$